Entscheidungsanalyse unter Unsicherheit
Entscheidungskriterien in ökonomischen Netzen

Referat

von

Guido RECKE

Institut für Agrarökonomie
der Georg-August-Universität Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 5
37073 Göttingen
Tel.: (0551) 39-9573; Fax: (0551) 39-2030

40. Jahrestagung der Gesellschaft
für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V.
vom 4. bis 6. Oktober 1999 in Kiel

Tagungsthema:

"Wettbewerbsfähigkeit und Unternehmertum in der Land- und Ernährungswirtschaft"

Entscheidungsanalyse unter Unsicherheit Entscheidungskriterien in ökonomischen Netzen

von

Guido RECKE

1 Einführung

Wirtschaftssubjekte haben vielfach Entscheidungen zu treffen, die mit Unsicherheit verbunden sind. Die Entscheidungslehre hat dafür eine Reihe von Entscheidungskriterien entwickelt. In diesem Beitrag werden für Entscheidungsnetze Kriterien eingeführt, die Entscheidungshilfen in multivariaten Entscheidungssituationen bieten.

2 Entscheidungskriterien unter Unsicherheit

In der Entscheidungstheorie wurde früher zwischen Risiko und Unsicherheit unterschieden. Diese Zweiteilung ist schwer aufrechtzuerhalten. Vielmehr ist davon auszugehen, daß Entscheider unsicheren Umweltzuständen Wahrscheinlichkeiten zuordnen können (BRANDES et al.1997, S. 286ff.). Diese Wahrscheinlichkeitsurteile werden dann gut ausfallen, wenn die für die Entscheidungssituation relevanten Rahmenbedingungen ausreichend in dem Wahrscheinlichkeitskalkül berücksichtigt werden. Für solche Entscheidungsprobleme, in denen die Entscheider Wahrscheinlichkeiten zuordnen können, gibt es eine Reihe von Entscheidungskriterien. Neben dem hier nicht näher zu diskutierenden Erwartungswert-Kriterium (m -Kriterium) wird häufig das (m,s^2)-Kriterium zur Entscheidungshilfe herangezogen. Bei Anwendung dieses Kriteriums können Risikoaspekte besser berücksichtigt werden. Allerdings verstößt das (m,s^2)-Kriterium gegen das Dominanzprinzip[1] und berücksichtigt höhere Momente einer Verteilung nicht. Von besonderer Bedeutung ist das Erwartungsnutzen-Kriterium, das z.B. von BRANDES et al.(1997, S. 284ff.) einführend beschrieben wird. Dieses Modell wird in der Praxis allerdings wenig angewendet, da es einerseits schwer operationalisierbar ist, wenn stetige Verteilungsfunktionen vorliegen. Andererseits sollen Handlungsalternativen bewertet werden, wobei die Risikonutzenfunktionen von Entscheidern aber häufig nicht ermittelt werden können (BRANDES et al.1997, S. 298f).

3 Entscheidungsanalyse auf der Grundlage gemeinsamer Wahrscheinlichkeitsmaßfunktionen

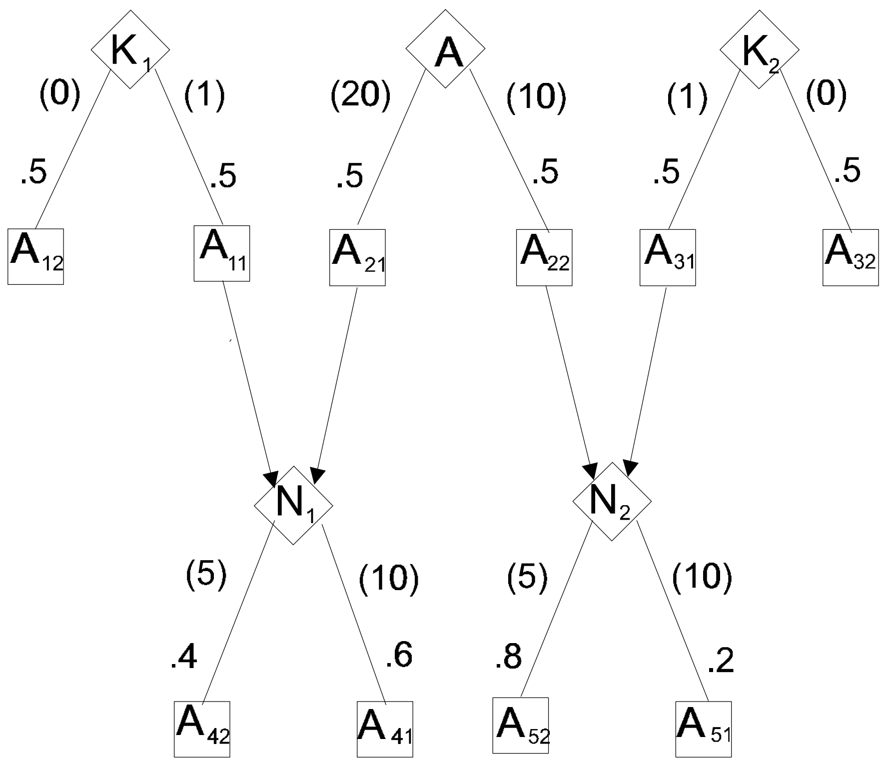
Wirtschaftssubjekte kommen häufig in die Lage, daß sie in Entscheidungssituationen zwischen unsicheren Alternativen wählen müssen. Im Gegensatz zu den experimentellen Wissenschaften haben Ökonomen nur unzureichende Möglichkeiten, unter gleichen Bedingungen wiederholbare Experimente durchzuführen, um mögliche kausale Zusammenhänge mit statistischen Methoden zu untersuchen. Deshalb sind besonders für einmalige Entscheidungen unter Unsicherheit verschiedene mehr oder weniger heuristische Entscheidungskriterien formuliert worden, die zur Entscheidungsunterstützung herangezogen werden können. Allerdings sind sie nur eingeschränkt auf multivariate Entscheidungsstrukturen in Hinblick auf

[1] Der Zusammenhang zwischen Entscheidungskriterien und dem Dominanzprinzip wird von LAUX (1998, S. 156ff.) ausführlich für die verschiedenen Risikoeinstellungen der Entscheider beschrieben. Hier zeigt sich, daß das Dominanzprinzip bei risikoscheuen und risikofreudigen Entscheidern verletzt werden kann.

eine Vorhersage und Kontrolle anzuwenden. Eine Kriterienanalyse im Rahmen von Entscheidungsnetzen, die Ansätze einer multivariaten Regressionsanalyse mit einer Analyse von einmaligen Entscheidungssituationen verbindet, kann hier zusätzliche Erkenntnisse liefern.

Anhand eines Beispiels soll verdeutlicht werden, wie eine ökonomische Entscheidungssituation unter Unsicherheit in ein Entscheidungsnetz überführt und dieses anschließend mit ausgewählten Entscheidungskriterien analysiert werden kann. Ausgangspunkt ist eine Entscheidungssituation unter Unsicherheit. Es wird angenommen, daß eine endliche Anzahl von Entscheidungsträgern vorliegt und daß diese wiederum zwischen einer endlichen Anzahl von Entscheidungsalternativen zu entscheiden haben. Um die Komplexität zu beschränken, wird in dem hier gewählten Beispiel unterstellt, daß es fünf Entscheidungsträger gibt, die jeweils zwischen zwei Alternativen wählen können. Außerdem wird angenommen, daß den einzelnen Alternativen Wahrscheinlichkeiten zugewiesen werden können. Ferner wird unterstellt, daß die Entscheidungsträger voneinander abhängen und damit eine kausale Struktur vorliegt. Diese Form von Kausalität kann durch Festlegen von bedingenden und bedingten Zufallsvariablen vorgegeben werden. Die Struktur des Entscheidungsproblems wird in Form eines Entscheidungsnetzes in der folgenden Abbildung dargestellt.

Abbildung 1: Entscheidungsnetz



In dem Beispiel gibt es zwei Nachfrager, einen Anbieter und zwei Kreditgeber. Der erste Nachfrager (N_1) wird als Snob eventuell kaufen, allerdings nur wenn der Anbieter (A) sein Produkt zu einem hohen Preis (20) anbietet und außerdem der erste Kreditgeber (K_1) einen Kredit (1) bereitstellt. Der zweite Nachfrager (N_2) wird dagegen nur dann überlegen zu kaufen, wenn der Anbieter (A) einen niedrigen Preis (10) verlangt und der zweite Kreditgeber (K_2) einen Kredit (1) verspricht. Die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten sind bei den jeweiligen Alternativen in der Abbildung eingezeichnet. Die Entscheidungssituation ist somit wie folgt zu charakterisieren. A, K_1 und K_2 sind die bedingenden Zufallsvariablen, die mit X_1, X_2 und X_3 im folgenden bezeichnet werden. Daneben bilden N_1 und N_2 die bedingte Zufallsvariable Y. Die einzelnen Handlungsalternativen werden in der folgenden Tabelle beschrieben.

Tabelle1: Beschreibung der Handlungsalternativen

Alternative	Erläuterung
A_{11}	Kreditgeber 1 wird den Kredit mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 vergeben (unbedingte Entscheidung)
A_{12}	Kreditgeber 1 wird den Kredit mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 nicht vergeben (unbedingte Entscheidung)
A_{21}	Anbieter A entscheidet sich mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5, das Produkt für 20 Einheiten zu verkaufen (unbedingte Entscheidung)
A_{22}	Anbieter A entscheidet sich mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5, das Produkt für 10 Einheiten zu verkaufen (unbedingte Entscheidung)
A_{31}	Kreditgeber 2 wird den Kredit mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 vergeben (unbedingte Entscheidung)
A_{32}	Kreditgeber 2 wird den Kredit mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 nicht vergeben (unbedingte Entscheidung)
A_{41}	Wenn sich der Anbieter A auf einen Preis von 20 Einheiten und der Kreditgeber K_1 sich gleichzeitig auf die Kreditvergabe festlegt, kauft der Nachfrager N_1 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,6 (bedingte Entscheidung)
A_{42}	Wenn sich der Anbieter A auf einen Preis von 20 Einheiten und der Kreditgeber K_1 sich gleichzeitig auf die Kreditvergabe festlegt, verzichtet der Nachfrager N_1 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,4 auf den Kauf (bedingte Entscheidung)
A_{51}	Wenn sich der Anbieter A auf einen Preis von 10 Einheiten und der Kreditgeber K_2 sich gleichzeitig auf die Kreditvergabe festlegt, kauft der Nachfrager N_2 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2 (bedingte Entscheidung)
A_{52}	Wenn sich der Anbieter A auf einen Preis von 10 Einheiten und der Kreditgeber K_2 sich gleichzeitig auf die Kreditvergabe festlegt, verzichtet der Nachfrager N_2 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,8 auf den Kauf (bedingte Entscheidung)

Für die Analyse des Entscheidungsnetzes sind nur die zulässigen Alternativen zu berücksichtigen. Diese werden in Tabelle 2 aufgeführt.

Tabelle 2: Zulässige Alternativenkombinationen und ihre wahrscheinlichkeits-theoretische Auswertung

Spalte 1	Spalte 2	Spalte 3	Spalte 4	Spalte 5	Spalte 6	Spalte 7
K_1: X_1	A: X_2	K_2: X_3	N_1	N_2	Y	$p(Y,\mathbf{X})$
A_{11} - 1 - 0.5	A_{21} - 20 - 0.5	A_{31} - 1 - 0.5	A_{41} -10 - 0.6		10	0.075
A_{11} - 1 - 0.5	A_{21} - 20 - 0.5	A_{31} - 1 - 0.5	A_{42} - 5 - 0.4		5	0.05
A_{11} - 1 - 0.5	A_{21} - 20 - 0.5	A_{32} - 0 - 0.5	A_{41} -10 - 0.6		10	0.075
A_{11} - 1 - 0.5	A_{21} - 20 - 0.5	A_{32} - 0 - 0.5	A_{42} - 5 - 0.4		5	0.05
A_{11} - 1 - 0.5	A_{22} - 10 - 0.5	A_{31} - 1 - 0.5		A_{51} -10 - 0.2	10	0.025
A_{11} - 1 - 0.5	A_{22} - 10 - 0.5	A_{31} - 1 - 0.5		A_{52} - 5 - 0.8	5	0.1
A_{11} - 1 - 0.5	A_{22} - 10 - 0.5	A_{32} - 0 - 0.5			0	0.125
A_{12} - 0 - 0.5	A_{21} - 20 - 0.5	A_{31} - 1 - 0.5			0	0.125
A_{12} - 0 - 0.5	A_{21} - 20 - 0.5	A_{32} - 0 - 0.5			0	0.125
A_{12} - 0 - 0.5	A_{22} - 10 - 0.5	A_{31} - 1 - 0.5		A_{51} - 10 - 0.2	10	0.025
A_{12} - 0 - 0.5	A_{22} - 10 - 0.5	A_{31} - 1 - 0.5		A_{52} - 5 - 0.8	5	0.1
A_{12} - 0 - 0.5	A_{22} - 10 - 0.7	A_{32} - 0 - 0.5			0	0.125

A_{11} - 1 - 0,5: Die Alternative A_{11}, d.h., daß von der ersten Bank ein Darlehen an den Kunden gegeben wird (1), wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,5 eingeschätzt.
Y: Anzahl der Produkte.
$p(Y,\mathbf{X})$: Wahrscheinlichkeit, daß bei der gegebenen Alternativenkombination eine entsprechende Anzahl von Produkten vorliegt.

Ähnlich der klassischen Regressionsanalyse kann ein Zusammenhang zwischen mehreren erklärenden (unbedingten) und einer erklärten (bedingten) Größe hergestellt werden und eine multivariate Analyse anhand ausgesuchter Kriterien durchgeführt werden. Ausgehend von einer gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsmaßfunktion (WMF), die das gemeinsame Variieren von Zufallsvariablen beschreibt, können Entscheidungskriterien für Entscheidungsnetze berechnet werden, die Entscheidungshilfen für Vorhersage und Kontrolle bieten können.

Die gemeinsame WMF weist für das Beispiel die Wahrscheinlichkeit aus, daß die Zufallsvariablen X_1, X_2 und X_3 sowie die Zufallsvariable Y bestimmte Wertekombinationen annehmen. Jede zulässige Alternativenkombination kann mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit eintreten. Der Wert errechnet sich, indem das Produkt der entsprechenden bedingten und unbedingten Einzelwahrscheinlichkeiten gebildet wird. Beispielsweise errechnet sich für die zulässige Alternativenkombination (A_{11}, A_{21}, A_{31} und A_{41}), die Wahrscheinlichkeit von 0,075 (vgl. Tabelle 2). Die gemeinsame WMF ist in Tabelle 3 dargestellt. In dieser Tabelle werden außerdem noch die Rand-Wahrscheinlichkeitsmaßfunktionen von **X** und Y ausgewiesen, die angeben, wie groß die Wahrscheinlichkeit einer Zufallsvariablen ist, einen bestimmten Wert anzunehmen, gleichgültig welchen Wert die andere Zufallsvariable annimmt.

Tabelle 3: Gemeinsame Wahrscheinlichkeitsmaßfunktion (WMF)

Vektor der bedingenden Zufallsvariablen **X** mögliche Realisations-Kombinationen			bedingte Zufallsvariable Y mögliche Realisationen					Rand-WMF von **X**
			0	10	5	10	5	
X_1	X_2	X_3	$p(Y,\mathbf{X})$					
1	20	1	0	0	0	0,075	0,050	0,125
0	20	1	0,125	0	0	0	0	0,125
1	10	1	0	0,025	0,100	0	0	0,125
0	10	1	0	0,025	0,100	0	0	0,125
1	20	0	0	0	0	0,075	0,050	0,125
0	20	0	0,125	0	0	0	0	0,125
1	10	0	0,125	0	0	0	0	0,125
0	10	0	0,125	0	0	0	0	0,125
Rand-WMF von Y			0,500	0,050	0,200	0,150	0,100	1

4 Entscheidungskriterien in Entscheidungsnetzen

Auf der Grundlage der gemeinsamen multivariaten WMF können verschiedene Entscheidungskriterien abgeleitet werden, die in multivariaten Entscheidungsnetzen Entscheidungshilfen geben können. Ein wichtiger Parameter ist der bedingte Erwartungswert, der die mittlere Reaktion des Vektors der bedingenden Zufallsvariablen **X** auf die bedingte Zufallsvariable Y mißt.

(1) $$E(Y \mid \mathbf{X}) \equiv \sum_y y\, p(Y \mid \mathbf{X})$$

Die bedingten Wahrscheinlichkeiten werden als bedingte WMF in der Tabelle 4 ausgewiesen. Diese weist die Wahrscheinlichkeit aus, daß eine Zufallsvariable Y eine bestimmte Ausprägung hat, unter der Bedingung, daß **X** bestimmte Wertekombinationen annimmt.

Der Wert für die bedingte Varianz

(2) $$Var(Y \mid \mathbf{X}) \equiv \sum_y (y - E(Y \mid \mathbf{X}))^2\, p(Y \mid \mathbf{X})$$

wird dann niedrig ausfallen, wenn die Werte der Zufallsvariablen Y in der Nähe des zugehörigen bedingten Erwartungswertes liegen. Dann können aber auch die Werte der Zufallsvariablen Y anhand der Ausprägungen des Zufallsvektors **X** umso genauer vorausgesagt werden.

Die Varianz von Y kann als Summe aus dem Erwartungswert der bedingten Varianz und der Varianz des bedingten Erwartungswertes berechnet werden (ROSS 1994, S. 342).

(**3**) $$Var(Y) = E(Var(Y \mid \mathbf{X}) + Var(E(Y \mid \mathbf{X}))$$

Der Erwartungswert der bedingten Varianz, auch Streuung um die mittlere Reaktion genannt, ist durch folgende Gleichung definiert:

(4) $$E(Var(Y \mid \mathbf{X})) \equiv E(Y - E(Y \mid \mathbf{X}))^2 .$$

Dieser kann auch als der durch **X** nicht erklärte Varianzanteil interpretiert werden und steht somit nicht unter dem Einfluß von **X** (RINNE 1997, S. 74ff.).

Die Varianz des bedingten Erwartungswertes kann auch als Streuung der mittleren Reaktion beschrieben werden. Diese Streuung der mittleren Reaktion (durch **X** erklärte Varianz) ist durch folgende Gleichung definiert:

$$(5) \qquad Var(E(Y \mid \mathbf{X})) \equiv (E(Y \mid \mathbf{X}) - E(Y))^2 .$$

Dieser Varianzanteil von *Y* steht unter dem Einfluß von **X** (RINNE 1997, S. 74ff.). Er kann für weitere Analysen, die die Kontrollierbarkeit einer Entscheidungssituation betreffen, wichtige Hinweise liefern.

Da die Varianz des bedingten Erwartungswertes den Varianzanteil von *Y* mißt, der durch **X** erklärt wird, kann ein Verhältnis zwischen der durch die bedingenden Größen erklärten Varianz und der Varianz von *Y* gebildet werden.

$$(6) \qquad h_{Y \cdot \mathbf{X}} = \frac{Var(E(Y \mid \mathbf{X}))}{Var(Y)}$$

Diese Größe ergibt den erklärbaren Streuungsanteil und kann als R^2 im Rahmen einer Regression erster Art interpretiert werden.

Für das gewählte Beispiel mit den gewählten Ausgangswahrscheinlichkeiten ergibt sich folgende Tabelle der Ergebnisse.

Tabelle 4: Bedingte Wahrscheinlichkeitsmaßfunktion und ausgewählte Parameter

Vektor der bedingenden Zufallsvariablen **X** mögliche Realisations-Kombinationen			bedingte Zufallsvariable *Y* mögliche Realisationen					E(*Y*|**X**)	Var(*Y*|**X**)	E(Var(*Y*|**X**))	Var(E(*Y*|**X**))	R^2
			0	10	5	10	5					
X_1	X_2	X_3	*p*(*Y*|**X**)									
1	20	1	0	0	0	0,6	0,4	8	6	0,75000	2,53125	0,16598
0	20	1	1	0	0	0	0	0	0	0,00000	1,53125	0,10041
1	10	1	0	0,2	0,8	0	0	6	4	0,50000	0,78125	0,05123
0	10	1	0	0,2	0,8	0	0	6	4	0,50000	0,78125	0,05123
1	20	0	0	0	0	0,6	0,4	8	6	0,75000	2,53125	0,16598
0	20	0	1	0	0	0	0	0	0	0,00000	1,53125	0,10041
1	10	0	1	0	0	0	0	0	0	0,00000	1,53125	0,10041
0	10	0	1	0	0	0	0	0	0	0,00000	1,53125	0,10041
Summe										2,50000	12,75000	0,83607

5 Ergebnisse

Die Ergebnisse der multivariaten Analyse des Entscheidungsnetzes können zusammenfassend wie folgt interpretiert werden. Die höchsten bedingten Erwartungswerte (8) liegen vor, wenn der erste Kreditgeber einen Kredit geben und der Anbieter einen hohen Preis verlangen wird. Etwas niedrigere bedingte Erwartungswerte weist die Kombination auf, wenn der zweite Kreditgeber einen Kredit geben und der Anbieter einen niedrigen Preis nehmen wird. In der ersten Kombination (8) ist aber die bedingte Varianz höher, als in der zweiten Kombination (6). Außerdem zeigt die Varianzzerlegung, daß über 83% der Gesamtvarianz von *Y* extern durch **X** erklärbar ist. Zusätzliche hier nicht aufgeführte Ergebnisse aus Sensitivitätsrechnungen zeigen, daß durch univariate und multivariate Variationen der Wahrscheinlichkeiten bei **X** Vorhersagen und eine Kontrolle von Entscheidungsnetzen möglich sind.

Wenn man die Erkenntnisse auf komplexere Entscheidungsprobleme überträgt (RECKE, LESERER, 1998), kann der Einfluß einzelner Faktoren analysiert werden. Außerdem können multivariate Analysen durchgeführt werden. Damit können unsichere multivariate Entscheidungssitutationen a priori simuliert und kontrolliert werden, und über das Bestimmen von wesentlichen Einflußfaktoren ist eine gezielte Einflußnahme auf die unsichere einmalige Entscheidungssituation möglich.

Literatur

BRANDES, W.; RECKE, G.; BERGER, T. (1997): Produktions- und Umweltökonomik, Bd. 1, Traditionelle und moderne Konzepte. Ulmer, Stuttgart.

LAUX, H. (1998): Entscheidungstheorie. 4. Aufl., Springer, Berlin.

RECKE, G.; LESERER, M. (1998): Zur Analyse von Entscheidungsnetzen mit dem Computerprogramm "magic", Zeitschrift für Agrarinformatik, Münster-Hiltrup, Münster, Heft 3, 50-54.

RINNE, H. (1997): Taschenbuch der Statistik. 2. Aufl., Harri Deutsch, Frankfurt am Main.

ROSS, S. (1994): A First Course in Probability. 4th ed., Macmillan College Publishing Company, New York.